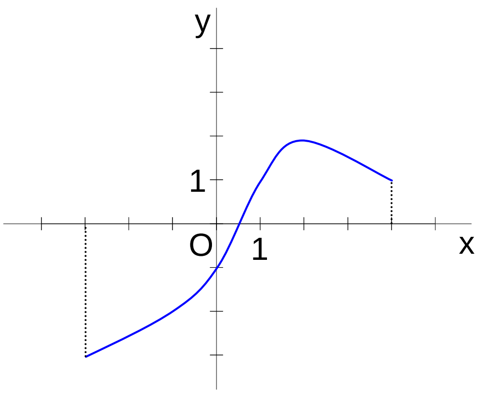
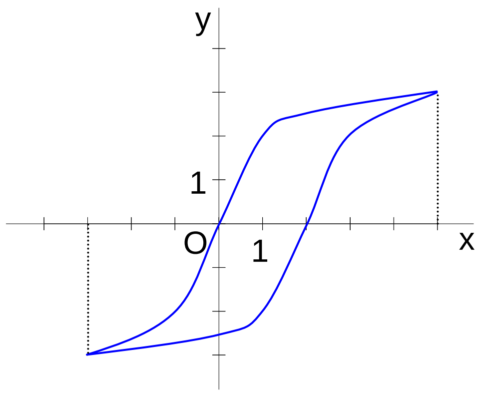
ÉTUDE DES FONCTIONS USUELLES

I) Définir une fonction

Activité 1





A partir des représentations graphiques ci-dessus, repérez le nombre de valeurs de y associées à une valeur de x.

Définition

Une fonction numérique f de la variable x, définie sur Df, associe à chaque réel x de Df, un réel unique appelé $f(x)$.

- Le nombre $f(x)$ est l'image de x par la fonction f.
- Df est l'ensemble de définition de la fonction.

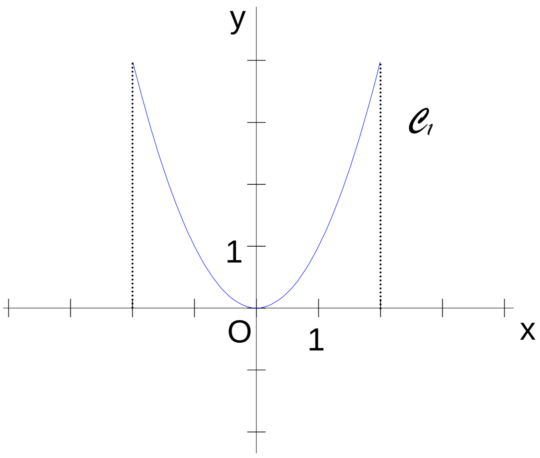
Notation

La fonction f se note $f : x \mapsto f(x)$

II) Définir la parité d'une fonction

1) Fonction paire

Activité 2



x	-2	-1	0	1	2
y					

En vous servant de la représentation graphique ci-dessus, remplissez le tableau.

Que constatez-vous ?…………………………………………………………………………

La courbe $\mathcal{C}_1$ est la représentation graphique de la fonction $f : x \mapsto x^2$. Que pouvez-vous dire de $f\,(-x)$?

………………………………………………………………………..……..………………..

Que peut-on dire de la courbe $\mathcal{C}_1$?

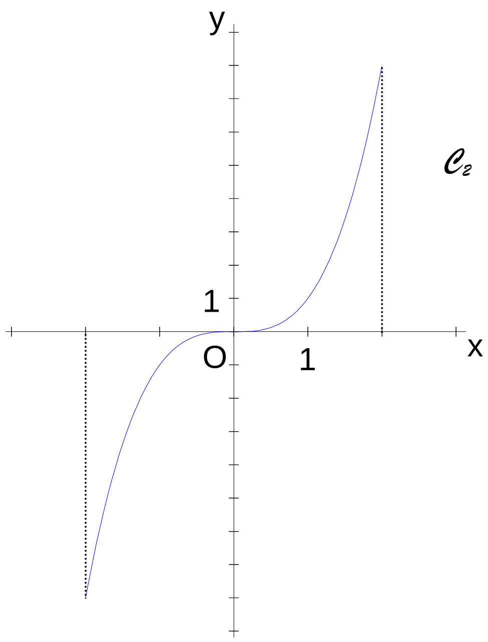
………………………………………………………………………………………..…

Définition

Une fonction f définie sur l'intervalle Df centré sur l'origine est paire si $f(-x) = f(x)$ pour tout x de l'intervalle Df. La courbe représentative d'une fonction paire admet l'axe des ordonnés pour axe de symétrie.

2) Fonction impaire

Activité 3



x	-2	-1	0	1	2
y					

En vous servant de la représentation graphique ci-dessus, remplissez le tableau.Que constatez-vous ?

…………………………………………………………………………………………….

La courbe $\mathcal{C}_2$ est la représentation graphique de la fonction $f : x \mapsto x^3$. Que pouvez-vous dire de $f(-x)$?

………………………………..……………………………………………………..……..

Que peut-on dire de la courbe $\mathcal{C}_2$?

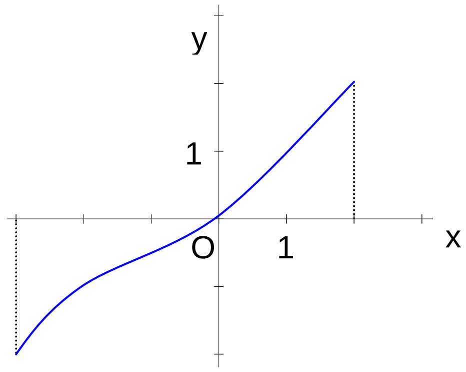
…………………………………………………………………………..………………..

Définition

Une fonction *f* définie sur l'intervalle *Df* centré sur l'origine est impaire si $f(-x) = - f(x)$ pour tout x de l'intervalle *Df*. La courbe représentative d'une fonction impaire admet l'origine du repère pour centre de symétrie.

III) Déterminer le sens de variation d'une fonction

Activité 4



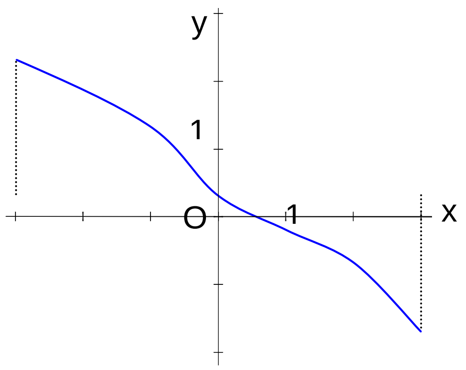
Choisissez x_1 et x_2 tels que $x_1 < x_2$ et en vous servant de la représentation graphique ci-dessus comparez $f(x_1)$ et $f(x_2)$.

…………………………………………………………………...………………………………

Définition

Une fonction *f* est croissante sur un intervalle *I*, si pour tous réels x_1 et x_2 de *I*, $x_1 < x_2$ entraîne $f(x_1) < f(x_2)$

Activité 5



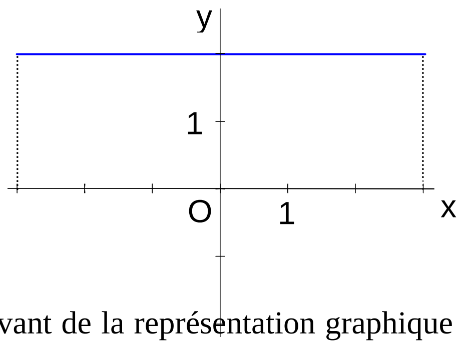
Choisissez x_1 et x_2 tels que $x_1 < x_2$ et en vous servant de la représentation graphique ci-dessus comparez $f(x_1)$ et $f(x_2)$.

……………………………………………………………………………………………...…..

Définition

Une fonction *f* est décroissante sur un intervalle *I*, si pour tous réels x_1 et x_2 de I, $x_1 < x_2$ entraîne $f(x_1) > f(x_2)$

Activité 6



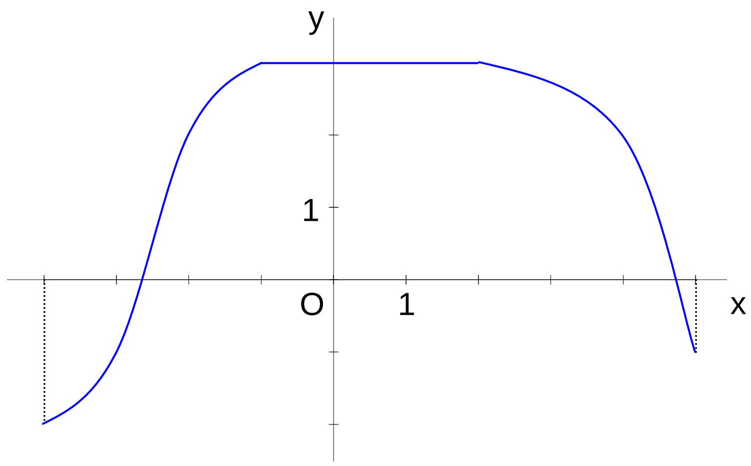
Choisissez x_1 et x_2 et en vous servant de la représentation graphique ci-dessus comparez $f(x_1)$ et $f(x_2)$.

………………...……………………………………………………………………………….....

Définition

Une fonction *f* est constante sur un intervalle *I*, si pour tous réels x_1 et x_2 de *I*, on a $f(x_1) = f(x_2)$

Activité 7

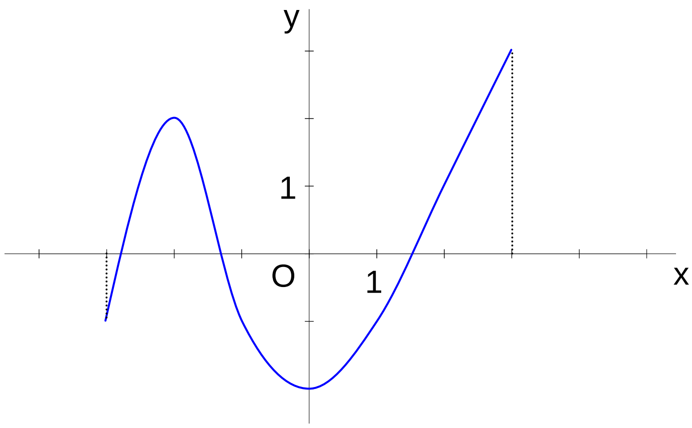


Tracez le tableau de variation de la fonction *f* dont la représentation graphique est donnée ci-dessus.

x	
Sens de variation de *f*	

IV) Repérer les minima et les maxima

Activité 8



Pour toute valeur x appartenant à [-3 ; 2], que peut-on dire de $f(-2)$ par rapport à $f(x)$?

……………………………………………………………...…………………………..………..

Pour toute valeur x appartenant à [-3 ; 2], que peut-on dire de $f(0)$ par rapport à $f(x)$?

……………………………………………………………………………………...…………....

Définition

Une fonction f définie sur un intervalle I présente :

- un maximum pour une valeur de I si pour tout x de I, $f(a) \geq f(x)$;
  $f(a)$ est le maximum de la fonction f.
- un minimum pour une valeur de I si pour tout x de I, $f(a) \leq f(x)$;
  $f(a)$ est le minimum de la fonction f.

Quel est le maximum sur [-3 ; 3] dans notre exemple ?

………………………………………………………………………………………………………

Remarques

Les minima et les maxima sont appelés les extréma.